

Thème : Description d'un mouvement.
Cours 6 : Cinématique - Mouvement d'un point au cours du temps.
(version professeur)

B.O. Décrire un mouvement.

Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point.

Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré. Mouvement circulaire uniforme

I. Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération dans le cas des mouvements rectilignes.

1. Caractéristiques des mouvements rectilignes.

- La trajectoire est rectiligne.
- Le vecteur vitesse est défini par la relation $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$
 - Direction : celle de la trajectoire
 - Sens : celui du mouvement
 - Norme : vitesse instantanée $v_x = \frac{dx}{dt}$ (m.s⁻¹)
- Le vecteur accélération est défini par la relation $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
 - Direction : celle de la trajectoire.
 - Sens : celui du mouvement dans le cas d'une accélération, dans le sens contraire dans le cas d'un ralentissement.
 - Norme : accélération instantanée $a = \frac{dv_x}{dt}$ (m.s⁻²)

2. Le mouvement rectiligne uniforme.

2.1. Définition.

Dans un repère donné, un point est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si son vecteur vitesse reste constant (ce qui signifie que le sens, la direction et l'intensité du vecteur vitesse ne varient pas).

2.2. Caractéristiques d'un mouvement rectiligne uniforme.

- Le vecteur vitesse \vec{v} est constant alors sa projection sur l'axe (Ox) est v_x tel que $\vec{v} = v_x \cdot \vec{i}$ avec $v_x = \text{constante}$.
- Le vecteur accélération \vec{a} est nul alors sa projection sur l'axe (Ox) est $a_x = 0$.

2.3 L'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniforme.

Le vecteur accélération \vec{a} .

Question : Sachant que $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, quelle est la fonction du temps $v_x(t)$ qui, dérivée une fois par rapport au temps t , donne une constante égale à 0 ?

Réponse : Cette fonction du temps est $v_x(t) = \text{constante}$

Sa dérivée est alors a_x qui est égale à 0.

La primitive de a_x par rapport au temps a pour expression $v(t) = a_x \cdot t + v_0$

Question : Sachant que $v_x = \frac{dx}{dt}$, quelle est la fonction du temps $x(t)$ qui, dérivée une fois par rapport au temps t , donne une constante ?

Réponse :

Cette fonction du temps est $x(t) = v_x \cdot t + x_0$

avec x_0 : position à l'origine ($t = 0$)

Sa dérivée est alors v_x qui est une constante.

La réciproque de la dérivée d'une fonction est appelée la primitive d'une fonction.
 La primitive de v_x par rapport au temps a alors pour expression $x(t) = v_x \cdot t + v_0$
 On peut écrire : en primitivant $v_x = \text{constante}$ par rapport à t , on a $x(t) = v_x \cdot t + v_0$

Trouver l'expression de la fonction $x(t)$ revient à rechercher la primitive de $v_x(t)$

2. Le mouvement rectiligne uniformément varié (accélééré ou ralenti).

3.1. Définition.

Dans un repère donné, un point est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié si son vecteur accélération reste constant (ce qui signifie que le sens, la direction et l'intensité du vecteur accélération ne varient pas).
 Ce qui peut se traduire également par le fait que la vitesse varie de manière uniforme (sans à coup). Elle augmente ou diminue régulièrement.

3.2. Caractéristiques d'un mouvement uniformément varié.

- Le vecteur accélération \vec{a} a pour expression $\vec{a} = \overline{\text{constante}}$ alors $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \text{constante}$
- Le vecteur vitesse \vec{v} .

Question : Sachant que $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ quelle est la fonction du temps de la vitesse v_x qui, dérivée une fois par rapport au temps t , donne une constante ?

Réponse : La fonction est $v_x(t) = a_x \cdot t + v_0$
 Sa dérivée est alors a_x qui est une constante.
 La primitive de a_x par rapport au temps a alors pour expression $v(t) = a_x \cdot t + v_0$
 avec v_0 sa vitesse dans les conditions initiales à $t = 0$.

3.3. L'équation horaire d'un mouvement uniformément accéléré.

Question : Sachant que $v_x = \frac{dx}{dt}$, quelle est la fonction du temps de $x(t)$ qui, dérivée une fois par rapport au temps t , donne une fonction du premier degré de t ?

Réponse : En primitivant on obtient la fonction est $x(t) = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$
 La dérivée de cette fonction est bien $v(t) = a_x \cdot t + v_0$

4. Comment déterminer si un mouvement rectiligne est uniformément accéléré ou ralenti à partir du sens des vecteurs vitesse et accélération ?

On utilise le produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{v} = a \times v \times \cos(\vec{a} ; \vec{v})$

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré si les vecteurs accélération \vec{a} et vitesse \vec{v} sont dans le même sens.

alors le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ est positif.



Le mouvement est rectiligne uniformément ralenti si les vecteurs accélération \vec{a} et vitesse \vec{v} sont dans des sens opposés.

Alors le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ est négatif.



Le mouvement sera uniforme si $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$

2. Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération dans le cas des mouvements circulaires.

1. Caractéristiques des mouvements circulaires.

- La trajectoire.

La trajectoire est un cercle de centre O et de rayon R.

La position de l'objet est déterminée à chaque instant par :

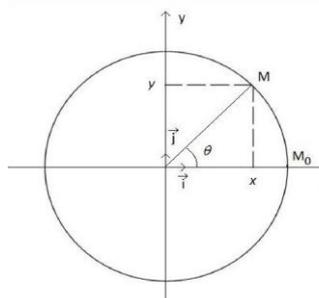
Son abscisse curviligne notée $s = \widehat{M_0M}$.

Ses coordonnées cartésiennes x et y.

La mesure de l'angle θ appelé abscisse angulaire.

La relation liant s, R et θ est $s = R\theta$

s et R sont exprimés en mètre et θ en radian (sans dimension).



Un cercle de rayon R_1 a un périmètre L_1 .
 Un cercle de rayon R_2 a un périmètre L_2 .

$$\frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2} = 2\pi$$

 On a :
 De même on a $\theta = \frac{s}{R}$

- La vitesse v a pour expression $v(t) = \frac{ds}{dt}$
- La vitesse angulaire ω a pour expression $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$
- Le vecteur accélération \vec{a}

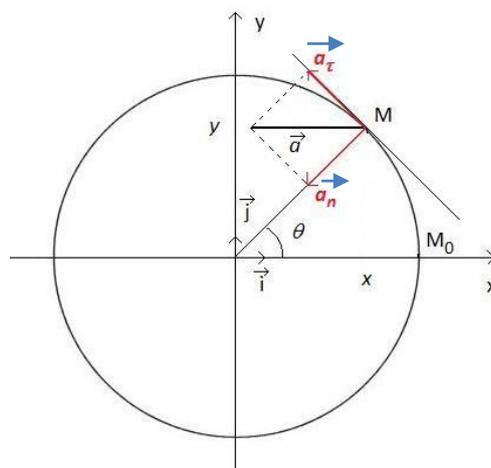
Prenons le cas d'un mouvement circulaire accéléré quelconque

Le mobile est soumis à une accélération \vec{a}

Le vecteur \vec{a} a deux composantes dans le repère de « Frenet »

La composante vectorielle tangentielle : $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{t}$

La composante vectorielle normale : $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$



2. Le mouvement circulaire uniforme.

Définition : Le mouvement d'un point matériel est dit circulaire si sa trajectoire est un cercle et la norme de sa vitesse est constante.

Exemple de mouvement circulaire uniforme.

On peut considérer selon quelques approximations que le mouvement de la Terre autour du Soleil est circulaire uniforme

Question : Quelles sont ces approximations ?

Réponse : La trajectoire est en réalité elliptique et la vitesse de la Terre n'est pas constante elle est plus rapide quand elle est plus proche du Soleil et plus lente quand elle en est éloignée

III. Graphiques représentant des mouvements de mobiles.

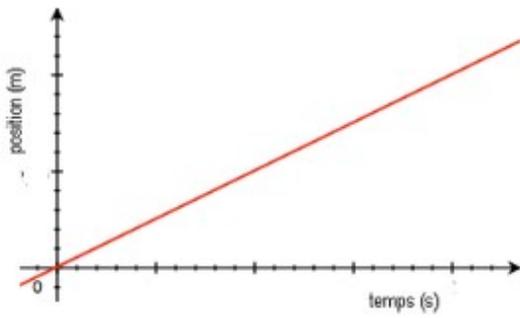


Figure n°1

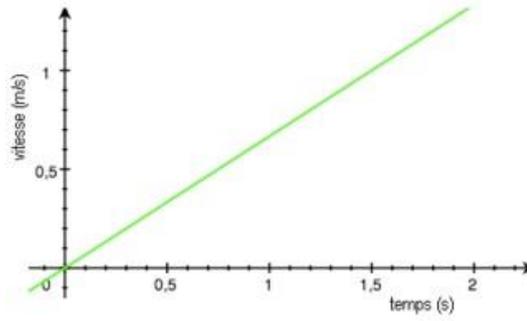


Figure n°2

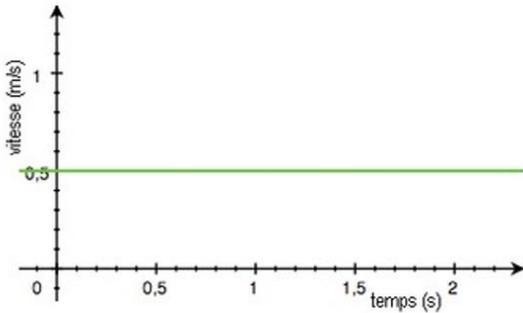


Figure n°3

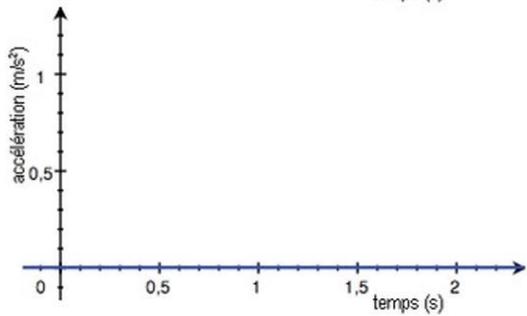


Figure n°4

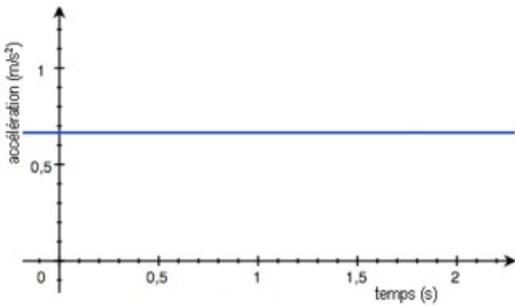


Figure n°6

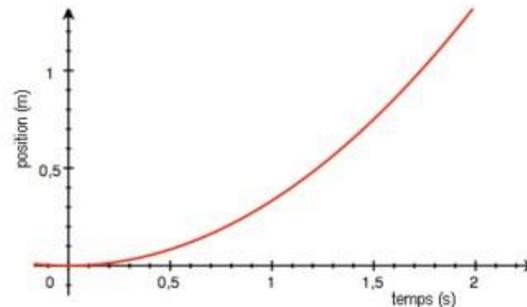


Figure n°5

Questions : Attribuer à chaque schéma, les situations compatibles suivantes :

Situations :

Situation A : Une voiture roule à vitesse constante sur une route droite.

Situation B : Un objet tombe en chute libre verticalement.

Situation C : Une pierre accrochée à une fronde en rotation uniforme.

Réponses :

Situation A : Mouvement rectiligne uniforme. La vitesse est constante et l'accélération est nulle → Figures 1, 3 et 4

Situation B : Mouvement rectiligne accéléré. La vitesse augmente et l'accélération est constante → Figures 2, 6 et 5

Situation C : Mouvement circulaire uniforme. La vitesse est constante et l'accélération normale est constante → Figures 1, 3 et 6